樣本

單元 1

多項式的因式分解

概念重溫

把一個多項式分解成兩個或以上的因式的積的過程，稱為因式分解。
以下為因式分解的常用方法：

1. 提取公因式

例如，$6x^2y + 4xy^2 = 2xy(3x + 2y)$

2. 併項法

例如，$2md + nd - 2me - ne = (2m + n)d - (2m + n)e$
$= (2m + n)(d - e)$

3. 利用恆等式

(a) $a^2 - b^2 \equiv (a + b)(a - b)$

(b) $a^2 + 2ab + b^2 \equiv (a + b)^2$

(c) $a^2 - 2ab + b^2 \equiv (a - b)^2$

4. 十字相乘法

例如，$7x^2 + 13x - 2 = (x + 2)(7x - 1)$

x	$\times$	$+2$
$7x$		-1
$14x$	$-x$	$= 13x$

小測試

判斷下列各項是否正確。

1. 因式分解是展開數式的逆向過程。 （是 / 否）

2. $a^2 - 1 = (a + 1)(a - 1)$ （是 / 否）

3. $x^2 + 6x + 5 = (x + 1)(x + 5)$ （是 / 否）

填充題

1. 因式分解 $8x^2 - 18$。 _____

2. 因式分解 $3x^2 - 6x + 3$。 _____

3. 因式分解 $4x^2 + 5x + 1$。 _____

4. 因式分解 $2x^2 - 3x + 1$。 _____

樣本

填充題

1. **(a)** 化簡 $y^3 \cdot y^5$，並以正指數表示答案。 _____

(b) 化簡 $\frac{x^{-2}}{y^3 \cdot y^5}$，並以正指數表示答案。 _____

2. **(a)** 化簡 $(m^2)^{-3}$，並以正指數表示答案。 _____

(b) 化簡 $(m^2)^{-3} \cdot m^8$，並以正指數表示答案。 _____

3. 不使用計算機，以科學記數法表示 $2.7 \times 10^7 + 3.1 \times 10^7$。 _____

NF **4.** 寫出以下各數中，劃有底線的數字的位值。

(a) $\underline{6}784_{(10)}$ _____ **(b)** $111\underline{0}11_{(2)}$ _____

練習

初階

化簡下列各項，並以正指數表示答案 **(1 – 8)**。

TSA **1.** $(x^{-1}y^2)^{-4}$

2. $\frac{a^5b^3}{a^4b^{-2}}$

HKDSE 舊 **3.** $\left(\frac{2p^5q^2}{p^7}\right)^2$

HKDSE 舊 **4.** $\frac{a^2b^{-3}}{(a^{-1}b^2)^{-2}}$

5. $12x^0(-3x^{-3})^2$

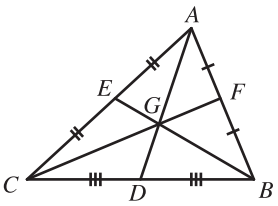
6. $\frac{(x^2y^{-3})^4}{y^5}$

樣本

2. 三角形的中心

(a) 形心

形心 G 是 $\triangle ABC$ 的三條中線之交點。

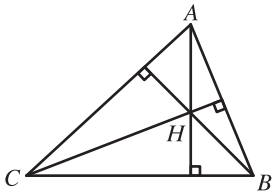


要點提示

$AG : GD = BG : GE = CG : GF = 2 : 1$

(b) 垂心

垂心 H 是 $\triangle ABC$ 的三條頂垂線之交點。



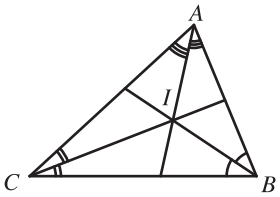
要點提示

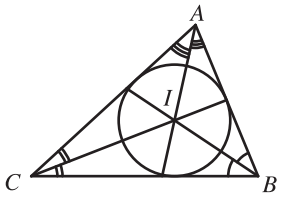
鈍角三角形的垂心位於三角形之外。

(c) 內心

內心 I 是 $\triangle ABC$ 的三條角平分線之交點。

這亦是 $\triangle ABC$ 的內切圓的圓心。

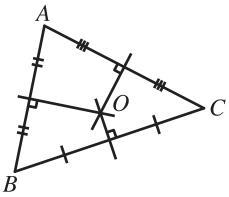


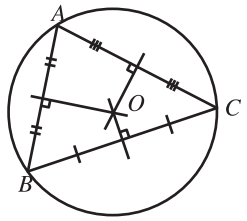


(d) 外心

外心 O 是 $\triangle ABC$ 的三條垂直平分線之交點。

這亦是 $\triangle ABC$ 的外接圓的圓心，因此我們可得 $OA = OB = OC$。





要點提示

鈍角三角形的外心位於三角形之外。

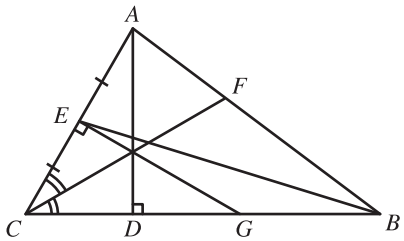
小測試

判斷下列各項是否正確。

1. 一條中線必定通過三角形的一個頂點。（是 / 否）
2. 一個等邊三角形的一條頂垂線是一條垂直平分線。（是 / 否）
3. 一個三角形的內心必定位於三角形內。（是 / 否）

填充題

圖中，寫出下列各項所對應的線。



1. $\triangle ABC$ 的一條角平分線 _____
2. $\triangle ABC$ 的一條垂直平分線 _____
3. $\triangle ABC$ 的一條頂垂線 _____
4. $\triangle ABC$ 的一條中線 _____

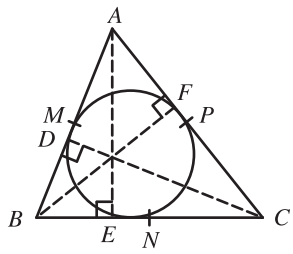
數學探索

九點圓

我們知道，給定任意一個三角形必能畫出通過所有頂點的圓而且該圓的心就是三角形外心。但給定任意一個四邊形則未必能畫出通過所有頂點的圓。

不過對於任意三角形 ABC，它每條邊的中點 M、N、P，以及每條頂垂線的垂足 D、E、F，則非常「巧合」地能畫出一個通過該六點的圓，這稱為「九點圓」。你可以透過以下 QR code 到網頁驗證：

PL003R-01-035-1



（當然這不是巧合，我們可以利用演繹幾何證明這是必定正確的。）

雖然該圓的名稱為「九點圓」，但以上只提到六個特殊的點。你知道餘下有哪三個特殊的點嗎？提示：與三角形頂點及垂心有關。

詞彙表

頂垂線	altitude	角平分線	angle bisector
形心	centroid	外心	circumcentre
內心	incentre	中線	median
垂心	orthocentre	垂直平分線	perpendicular bisector